



Ein Schwarm von herumwuselnden Mikrorobotern (Bild: M. Musacchio).

Roboter als Modellsysteme für aktive Materie

Abkühlungsphänomene durch Haftreibung

ALEXANDER ANTONOV | LORENZO CAPRINI | MARCO MUSACCHIO | HARTMUT LÖWEN

Die Fortschritte in der Robotik in den letzten Jahrzehnten haben die Entwicklung von Geräten ermöglicht, die lebende Organismen nachahmen und häufig für bestimmte Tätigkeiten eingesetzt werden. Für solche selbstgetriebenen Agenten spielt die Haftreibung eine zentrale Rolle. Experimente an Minirobotern als Modellsysteme für aktive Materie haben in jüngster Zeit gezeigt, dass die Haftreibung kontraintuitive Abkühlphänomene induziert. Diese reichen von der spontanen Bildung von ultrakalten Clustern bis hin zu einem Mpemba-Effekt, in dem ein anfangs heißes System einen kalten Endzustand schneller erreicht als ein anfangs warmes System.

This is an open access article under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits use, distribution and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Bewegung ist Leben – Leben ist Bewegung. Dieses alte Zitat von Aristoteles bezieht sich auf die Fähigkeit lebender Organismen, Energie durch Photosynthese oder Stoffwechsel in Bewegung umzuwandeln.

Dafür hat sich in der Physik neuerdings der Begriff „aktive Materie“ eingepreßt. Er fasst alle Systeme zusammen, deren Konstituenten Energie aus der Umgebung in Bewegung umwandeln. Angestoßen durch eine fundamentale Arbeit des ungarischer Physikers Tamas Vicsek und seiner Mitarbeiter aus dem Jahr 1995 [1] (siehe auch Physik in unserer Zeit **2024**, 55(5), 228), erfreut sich die Erforschung aktiver Materie heute großer Beliebtheit. Es ist ein breites, interdisziplinäres Forschungsfeld, in dem die Physik eine wichtige Rolle spielt. Neben wirklich lebenden Systemen aus der Biologie wie Bakterien, Spermien, Fischen und Vögeln kommt in diesem Zusammenhang der Synthese und Konstruktion von künstlichen Agenten, die Energie in Bewegung umwandeln, eine wichtige Rolle zu. Darunter fallen kolloidale Mikroschwimmer [2], wie auch makroskopische Granulate [3, 4] oder aktive kleine Roboter [5, 6].

In den letzten Jahrzehnten hat die Entwicklung der Robotik viele Anwendungen im Dienste der Menschheit gefunden – von Satelliten und Sonden bis hin zu automatischen Staubsaugern. Abhängig von ihrem Verwendungszweck werden Roboter in der Regel für bestimmte Aufgaben entwickelt und optimiert. Basierend auf dem gleichen Konzept wie die biologische aktive Materie spielt ihr robotergestütztes Pendant damit auch eine

wichtige Rolle bei der Untersuchung der grundlegenden Prinzipien aktiver Materie. Das „Up-scaling“ der Längenskalen erlaubt es, gewisse Eigenschaften von biologischen Systemen experimentell nachzuahmen und dann gezielt zu kontrollieren und zu studieren.

Vibrobots als aktive Materie

Vibrationsroboter, kurz Vibrobots, sind einfache mechanische Konstrukte, die in der Regel aus einem Körper, Beinen oder Borsten und einer internen oder externen Vibrationsquelle bestehen. Die Vibrationen versorgen die tragende Struktur mit Energie, und Asymmetrien im Design – wie beispielsweise ein verschobener Schwerpunkt oder abgewinkelte Borsten – wandeln diese Energie in eine gerichtete Bewegung um. Damit ergibt sich ideales Modellsystem für aktive Materie.

Im Gegensatz zu herkömmlichen Robotern, die in der Regel für die Ausführung einer bestimmten Aufgabe programmiert sind, lassen sich Vibrobots nicht direkt steuern und zeigen ein stochastisches Verhalten. Dennoch lässt sich ihr Verhalten mithilfe statistischer physikalischer Methoden vorhersagen, was eine indirekte Kontrolle ihres Verhaltens ermöglicht, beispielsweise durch ihr Design oder die Leistung ihrer Energiequelle.

In unseren Experimenten [6-8] haben wir Vibrobots mit einem 3D-Drucker hergestellt. Der Körper des Vibrobots (siehe Abbildung 1a für eine 3D-Darstellung) hat einen zylindrischen Kern mit einem Durchmesser von 9 mm und einer Höhe von 4 mm. Eine größere zylindrische Kappe mit einem Durchmesser von 15 mm und einer Höhe von 2 mm bildet die Oberseite und definiert den kreisförmigen horizontalen Querschnitt des

ABB. 1 | VIBROBOTS UND CLUSTERBILDUNG

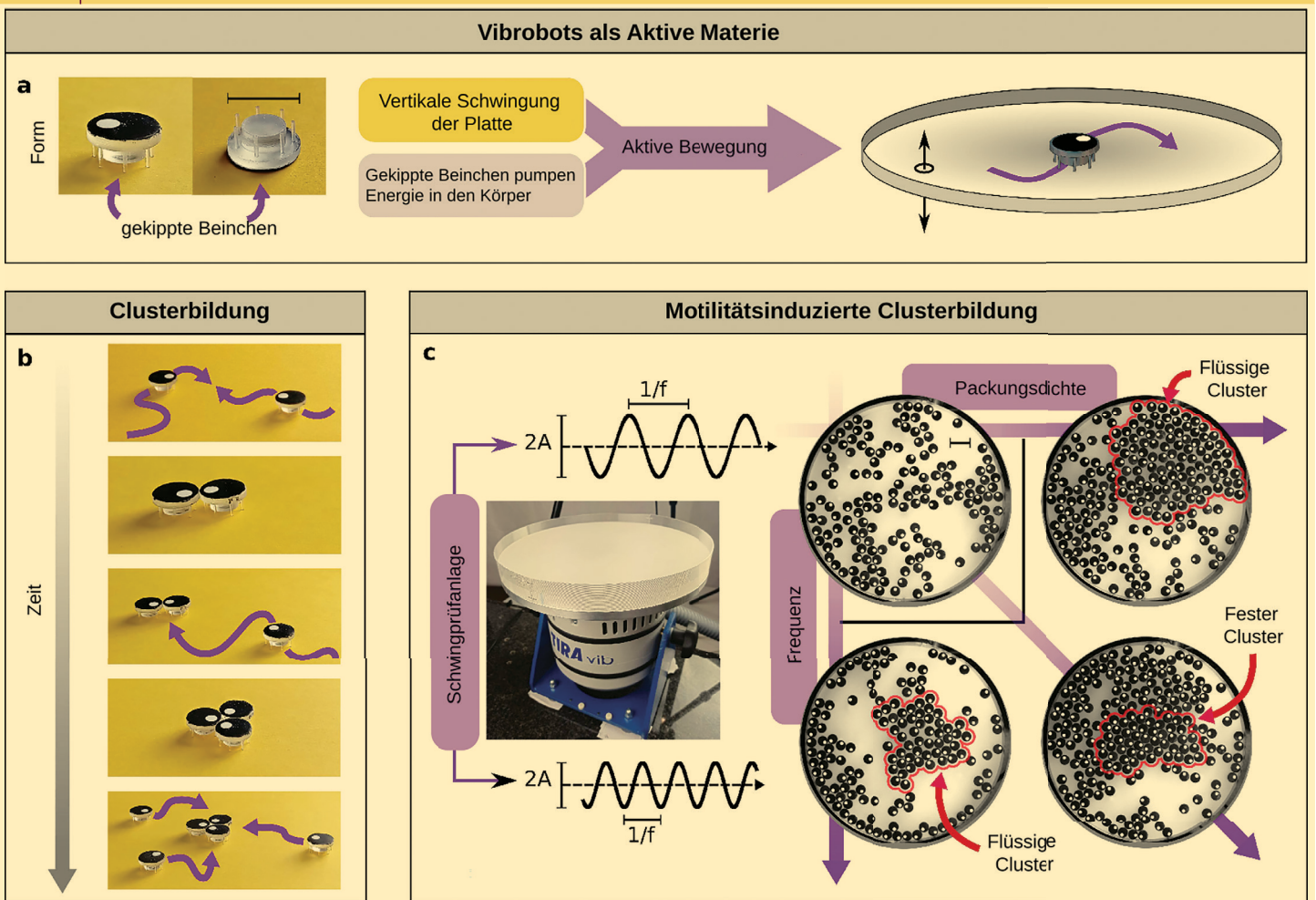


Abbildung des Vibrobot-Experiments aus [6]. a) Foto eines aktiven Teilchens (Draufsicht und Untersicht). Die sieben am Körper befestigten Beinchen sind um einen kleinen Winkel geneigt. Die Antriebsrichtung ist durch den weißen Punkt auf der Oberseite des Teilchens gekennzeichnet. b) Bildfolge einer typischen Zeitentwicklung eines wachsenden Clusters aus aktiven Teilchen. Die Teilchenbahnen sind durch violette Linien gekennzeichnet. Zu Beginn sind zwei Teilchen nach einer Kollision aneinander dynamisch gegenseitig blockiert. Ein drittes Partikel nähert sich diesem Paar und wird ebenfalls dynamisch blockiert, wodurch ein Cluster aus drei Partikeln entsteht. Nach und nach nähern sich weitere Partikel dem Cluster, was zu einem Clusterwachstum führt. c) Experimentelle Schnappschüsse. Bei geringer Packungsdichte und niedriger Frequenz des Rüttlers zeigt das System keine kohäsiven Strukturen. Durch Erhöhen der Frequenz oder der Packungsdichte entstehen große Cluster mit flüssigkeits- oder feststoffähnlichen Strukturen.

ABB. 2 | HEXBUG ALS MODELLAKTIVES SYSTEM



Abbildung einer Vielzahl von Hexbugs (Bristlebots). Ursprünglich als Spielzeug entwickelt, stellen sie ein anschauliches Beispiel für aktive Materie dar: Ihre selbstangetriebene Bewegung veranschaulicht kollektive Dynamik, Schwarmbildung und Transportprozesse in nichtgleichgewichtigen Systemen (Bild: M. Mussachio).

Partikels, sodass das System als quasi-zweidimensional betrachtet werden kann. Sieben geneigte zylindrische Beine mit einem Durchmesser von 0,8 mm ragen aus dem Boden der Kappe um den Kern herum und sind in einem regelmäßigen Siebeneck in einem Abstand von 6 mm vom Zentrum angeordnet.

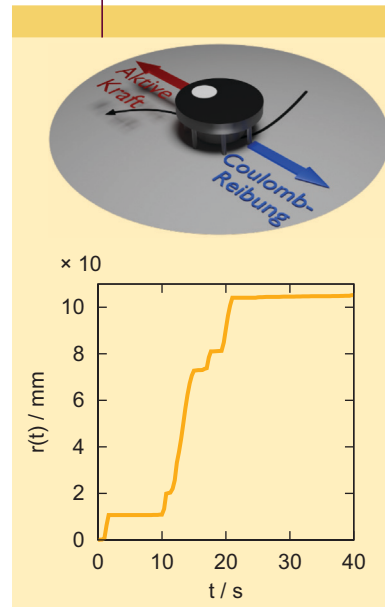
Die Länge ist so gewählt, dass die Unterseite der Kappe 5 mm über dem Substrat liegt und nur die Beine dieses berühren. Um eine gerichtete Bewegung zu induzieren, sind die Beine in einem festen Winkel von 4° zur Oberflächennormalen geneigt. Diese Vorzugsrichtung ist mit einem weißen Punkt auf dem Schirm gekennzeichnet. Als Schwingungsquelle verwenden wir Schwingungsprüfsysteme (Abbildung 1c) mit einer Frequenz im Bereich von 90 bis 150 Hz und einer resultierenden Amplitude in der Größenordnung von $10 \mu\text{m}$.

Die geneigten elastischen Beine ermöglichen eine gerichtete selbstangetriebene Bewegung, wenn das System durch Schwingungen angeregt wird. Das aktive Teilchen bewegt sich durch einen Ratschenmechanismus vorwärts, der durch asymmetrische Kollisionen zwischen seinen Beinen und der Platte entsteht. Auf diese Weise wird Energie aus der Umgebung in aktive Bewegung umgewandelt. Ein verwandtes Beispiel sind Hexbugs-Spielzeuge [5] – Borstenroboter, die intern durch Schwingungen angetrieben werden, die von einem batteriebetriebenen Motor erzeugt werden. Solche Spielzeuge (Abbildung 2) sind leicht erhältlich und stellen – ebenso wie Vibrobots – eine minimale physikalische Realisierung aktiver Materie dar, bei der ein Nichtgleichgewichtsantrieb auf Partikelebene zu einem emergenten kollektiven Verhalten führt.

Aktive Roboter als Spürhunde

Im Vergleich zu einem komplex funktionalisierten Roboter, der viele Unterfunktionen ausführen kann, sind

ABB. 3 | STOP AND GO



Typische Trajektorie als Funktion der Zeit (unten) von einem haftreibungsdominierten aktiven Teilchen (oben). Das Zusammenspiel von Aktivität und Trockenreibung führt zu einer Stop-and-Go-Bewegung, bei dem die Teilchen kontinuierlich zwischen beschleunigter und diffuser Bewegung wechseln [7].

die aktiven Roboter relativ primitiv. Ihr Vorteil besteht darin, dass man eine große Menge günstig herstellen und dann gleichzeitig mit ihnen operieren kann. Sind sie mit einem einfachen Kommunikationselement ausgestattet, dann lassen sich mit einem ganzen Schwarm solcher Roboter wichtige Suchfunktionen durchführen und von außen steuern [9].

Werden etwa in einem verseuchten Gebiet oder nach einem Erdbeben Überlebende gesucht, dann kann man eine Armee von diesen Robotern als Spürhunde einsetzen, um ohne großes Risiko weite Gebiete abzusuchen. Dies hat viele Anwendungsmöglichkeiten, die vom Aufspüren einer Bombe bis hin zur Exploration der Marsoberfläche reichen.

Aktive Materie und Reibung

Wie bereits erwähnt besteht ein bemerkenswerter Aspekt aktiver Materie darin, dass sie eine komplexe kollektive Dynamik zeigen kann – was ja auch für viele lebende Systeme typisch ist, beispielsweise für Vögel, Fische, Insekten und Bakterien. Experimente und Simulationen mit aktiver Materie zeigen oft Schwarm- und Clusterbildung und andere kollektive Phänomene, bei denen Dissipation eine Schlüsselrolle spielt (Abbildung 1). Dies motiviert eine systematische Erforschung der zugrundeliegenden Reibungsmechanismen.

Typischerweise findet die Bewegung von aktiven Teilchen in einer Flüssigkeit oder in einem Gas statt. Dies gilt sowohl für lebende Systeme, wie Fische, Vögel, Mücken, Bakterien oder Spermien, als auch für viele künstlich hergestellte Agenten, wie kolloidale Janusteilchen oder aktive Tröpfchen. In diesem Fall unterliegt die zugrundeliegende Reibungskraft dem Gesetz von Stokes, sie ist also im Wesentlichen proportional zur Geschwindigkeit. Makroskopische Robotersysteme beruhen dagegen

auf Kontakten von festen Stoffen, die aneinander reiben. Damit kommt die Haftreibung ins Spiel und wird zum dominierenden Dissipationskanal. Diese Kontaktreibung, die auch Coulomb-Reibung oder trockene Reibung genannt wird, kennt man aus dem Alltag: Ein Holzblock auf einer schiefen Ebene rutscht erst herunter, wenn ein kritischer Neigungswinkel überschritten wird. Die Haftreibung hält ihn auf der gekippten Ebene, während im Fall einer reinen Stokes-Reibung selbst ein geringer Neigungswinkel immer zum Herunterdriften führen würde.

Nun sind makroskopische Roboter und damit auch die vorgestellten Vibrobotexperimente maßgeblich durch Haftreibung, und nicht durch Stokes-Reibung, dominiert [7]. Hier entsteht Reibung durch den Kontakt zwischen den Teilchen und der Reibungsfläche des Systembodens. Obwohl eine vollständige mikroskopische Beschreibung der direkten Wechselwirkung zwischen den Beinen eines Vibrobots und der Reibungsfläche komplex und bis heute nicht komplett verstanden ist, kann man in sehr guter Näherung mit den phänomenologischen Gesetzen der Haft- und Gleitreibung arbeiten: Die Reibungskraft ist konstant und hängt nicht von der Geschwindigkeit

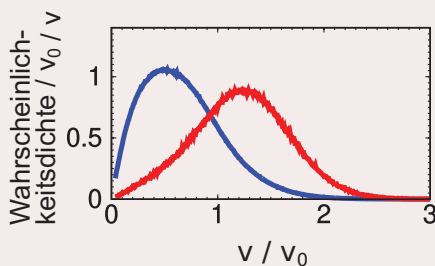
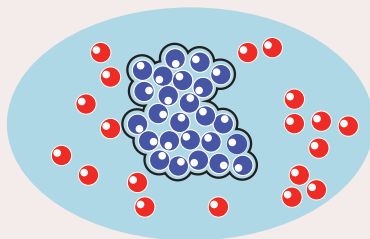
der Teilchen ab [11], ist aber immer entgegen dem Geschwindigkeitsvektor gerichtet, die Reibung bremst also immer ab.

Damit kann die Haftreibung eine Bewegung komplett verhindern, wenn die aktive Antriebskraft den kritischen Schwellenwert der Reibung nicht überschreitet. Aufgrund der zeitlichen Schwankungen der aktiven Antriebskraft kommt es aber durch eine günstige Fluktuation dann doch zum Überschreiten des Schwellenwerts. Dann setzt sich das Teilchen in Bewegung und wird beschleunigt, bis eine ungünstige Fluktuation wieder zum Abbremsen des Teilchens durch die Haftreibungskraft führt. Damit ist eine bemerkenswerte Ausprägung der Coulomb-Reibung eine Stop-and-Go-Bewegung, bei der das Teilchen zwischen Bewegungsphasen („Go“) und Ruhephasen („Stop“) wechselt [7]. Die beiden Bewegungsphasen wechseln sich stochastisch ab. Diese Art von Bewegung wurde im Vibrobot-Experiment nachgewiesen (Abbildung 3).

Reibung, die kühlt

In der klassischen Thermodynamik wird ein ruhendes Teilchen als absolut „kalt“ bezeichnet, während ein Teilchen in

AKTIVE MATERIE UND PHASENSEPARATION



Temperaturdifferenz zwischen koexistierenden dichten und verdünnten Phasen. Die dichte Phase (angedeutet durch ein umrandetes blaues Cluster) ist kälter, das heißt die Verteilung der Teilchengeschwindigkeiten (blau) ist kleiner als in der verdünnten Phase außerhalb des Clusters (rot) [6].

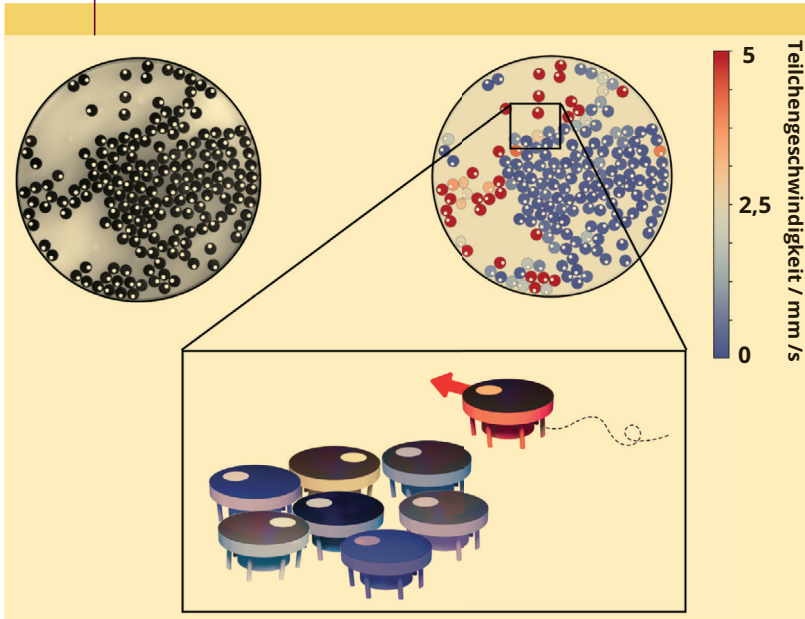
Aus der Gleichgewichtsthermodynamik ist seit Johannes Diderik van der Waals bekannt, dass rein abstoßende Kugeln keine Phasenseparation zwischen gasförmig und flüssig zeigen. Man benötigt also unbedingt eine anziehende Wechselwirkung zwischen den Teilchen, um eine stabile Flüssigkeit zu erhalten. Bei selbstgetriebenen Kugeln ist das anders, der Eigenantrieb kann zu einer Blockade der Teilchendynamik führen. Dann passiert

im Wesentlichen ein Wettstreit zwischen zwei Zeitskalen: erstens der Zeit, die es braucht, bis sich verklemmte, aufeinander geprallte Teilchen befreien können, und zweitens der typischen Zeit, in der weiter entfernte Nachbarpartikel auf das sich blockierende Cluster prasseln.

Ist die erste Zeit kleiner als die zweite, dann können sich die Teilchen, wenn ein Cluster entsteht, befreien. Im umgekehrten Fall führen die heraneilenden Nachbarpartikel zu einer weiteren Blockade: Das Cluster wächst weiter. Im kritischen Fall wächst das Cluster bis zu einer makroskopischen Größe an. Dann hat man es mit Phasenseparation zu tun, die allerdings hier in einem Nichtgleichgewichtssystem passiert. Dieses Phänomen wird Motilitäts-induzierte Phasenseparation (englisch: Motility-Induced Phase Separation, abgekürzt MIPS) genannt. Es ist rein durch die Motilität (oder Aktivität) der Teilchen induziert und durch Experimente an kugelförmigen aktiven Kolloiden nachgewiesen sowie auch durch Computersimulationen und theoretische Rechnungen von Modellsystemen bestätigt.

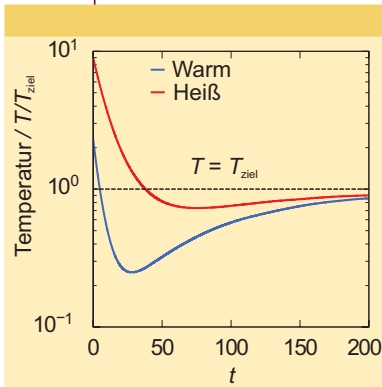
Während solche Mikrometergroßen Teilchen typischerweise überdämpft sind, weil die Bewegung bei kleinen Reynoldszahlen stattfindet, sind granulare Roboter schwach gedämpft und zeigen Trägheitseffekte aufgrund ihrer Masse. Für große Geschwindigkeiten, weit weg von der Schwelle der Haftreibung, ist die Dämpfung approximativ durch eine effektive Stokes-Reibung beschrieben. Dies führt in einer dichten Umgebung dazu, dass die aktiven Teilchen nicht mehr an Fahrt aufnehmen können und ihre Zielgeschwindigkeit nicht erreichen, weil sie durch Stöße an ihren Nachbarn permanent zurückgestoßen werden. Das resultiert in einer niedrigeren kinetischen Temperatur als in der verdünnten Phase, wo die Teilchen ihre Zielgeschwindigkeit erreichen. Es ergeben sich also – im Widerspruch zur Gleichgewichtsthermodynamik – zwei koexistierende Phasen mit unterschiedlichen Temperaturen, ein reiner Nichtgleichgewichtseffekt, der durch die Aktivität generiert wird [10].

ABB. 4 | GEMISCHTE PHASE



In dichten Konfigurationen verstärken Käfigeffekte die Kühlung, was zur Bildung kompakter, gekühlter Cluster (blaue Vibrobots) führt. Im Gegensatz dazu stoßen Teilchen in der verdünnten Phase seltener zusammen und behalten eine erhebliche Beweglichkeit (rote Vibrobots). Bemerkenswert ist, dass beide Phasen innerhalb desselben Systems koexistieren können [8].

ABB. 5 | VIBROBOT-MPEMBA-EFFEKT



Die Temperaturrelaxation eines durch Haftreibung dominierten Teilchens zeigt einen Mpemba-Effekt: Bei einer höheren Initialtemperatur erfolgt die Relaxation schneller als bei einem anfänglich kühleren System [12].

den sich Robotercluster aus, die sich nicht mehr bewegen, also absolut „kalt“ sind.

Im Vibrobot-Experiment (Abbildung 4) führt dies zu einer Koexistenz von Phasen, in denen die Teilchen einen „kalten“ Cluster bilden und innerhalb dieses Clusters nahezu unbeweglich sind, während Teilchen außerhalb des Clusters weniger Kollisionen erfahren und daher eine gewisse Aktivität aufweisen und folglich „heiß“ sind [8]. Dieses Phänomen unterscheidet sich von der

motilitätsinduzierten Phasentrennung (MIPS) mit Stokes-Reibung (siehe „Aktive Materie und Phasenseparation“), wo die Clusterbildung darauf zurückzuführen ist, dass motile „heiße“ Teilchen miteinander kollidieren und sich dynamisch verhaken, während sie immer noch gegenseitig aufeinander prasseln. In unserem Fall hingegen werden sie im Gegensatz dazu durch die Haftreibung immobil gemacht, und dann überträgt und verstärkt sich dieses Abkühlen auf Nachbarpartikel, die auf dieses kalte Cluster stoßen.

Aus praktischer Sicht ist es von großer Bedeutung, dass zur Kontrolle des Systems kein Eingriff von außen erforderlich ist. Stattdessen kühlen sich die Roboter durch Kollisionen selbst ab. Dieser unerwartete Abkühlungseffekt könnte in Zukunft dazu genutzt werden, ganze Roboterarmeen oder das kollektive Verhalten von granularen Materialien ohne Eingriffe von außen automatisch zu steuern.

Reibung, die überkühlt

Ein wichtiger Unterschied zwischen Stokes- und Coulomb-Reibung besteht darin, dass die Coulomb-Reibung sowohl „heiße“ als auch „kalte“ Teilchen gleichermaßen effektiv stoppt, während die geschwindigkeitsabhängige Stokes-Reibung „heiße“ Teilchen effektiver und „kalte“ Teilchen weniger effektiv verlangsamt. Diese Eigenschaft der Coulomb-Reibung führt zu einem anomalen Abkühlungsphänomen. Die Abkühlung eines Vibrobot-Systems kann beispielsweise durch eine schlagartige Verringerung der Vibrationsamplitude der Reibungsplatte erreicht werden. Dies bedeutet weniger Aktivität, damit weniger Bewegung und führt somit zu einer anderen Zieltemperatur. Die Vibrationsamplitude kann also praktisch als ein externes „Wärmebad“ für die Teilchen aufgefasst werden, da sie quasi eine Systemtemperatur erzeugt.

Schreckt man nun ein initial warmes Teilchen ab, dann sorgt die Haftreibung dafür, dass es zunächst massiv abgekühlt wird. Es braucht dann lange, um günstige Fluktuationen der Reibungsplattenvibrationen aufzusammeln, um wieder in Gang zu kommen. Für ein initial heißes Teilchen sieht das anders aus: Es nutzt die Haftreibungsbremse erst einmal effektiv aus, um rasch herunterzukühlen und nähert sich dabei schnell der Zieltemperatur, wobei es nur wenig überschießt. Damit erreicht es die Zieltemperatur deutlich schneller als ein initial warmes Teilchen [12]. Dies ist in Abbildung 5 durch entsprechende zeitabhängige Temperaturverläufe verdeutlicht.

Ein solches kontraintuitives Abkühlungsphänomen wird als Mpemba-Effekt bezeichnet. Ein Mpemba-Effekt liegt vor, wenn ein System mit einer hohen Anfangstemperatur sich schneller einer kühlen Zieltemperatur annähert als dasselbe System, wenn es mit einer geringeren Anfangstemperatur startet – vorausgesetzt beide werden schockartig derselben kalten Umgebung ausgesetzt. Für quasistatische Abkühlprozesse ist ein

solches „Überholen“ nicht erlaubt. Also offenbart der Mpemba-Effekt ein generisches Nichtgleichgewichtsphänomen.

Ursprünglich wurde der Effekt vom tansanischen Studenten Erasto B. Mpemba beim Einfrieren von Eiscreme entdeckt [13, 14], auch wenn bereits Aristoteles, Bartolomeo Marliani, René Descartes und Roger Bacon zuvor ähnliche Beobachtungen gemacht hatten. Später wurde ein solcher Mpemba-Effekt auch für eine Vielzahl von anderen Systemen beschrieben, insbesondere für ein Experiment mit einem einzelnen passiven kolloidalen Teilchen in einem asymmetrischen Doppelpotential [15]. Bei unseren Vibrobots tritt es als eine generelle Folge der nichtlinearen Reibungsdynamik auf, die während der Relaxation zwangsläufig zu einem Temperaturüberschwingen führt (Abbildung 5).

Als technische Anwendung dieses Abkühlungsphänomens könnte der Temperaturüberschwinger zur präzisen Steuerung der Roboterbeweglichkeit dienen und damit effiziente nichtthermische Übergänge über energetische Barrieren hinweg ermöglichen. Diese Steuerungsmöglichkeit könnte letztendlich für die Optimierung von Suchvorgängen in komplexen Umgebungen – wie beim Auffinden von Überlebenden in verseuchten Gebieten – eine entscheidende Rolle spielen.

Zusammenfassung

Die Erforschung von Robotern als aktive Materie ist hochinteressant, da sie eine Brücke zwischen Physik und Ingenieurwesen schlägt. Sie dient nicht nur dem Ziel, effiziente autonome Systeme zu entwickeln, sondern auch, unser grundlegendes Verständnis von kollektiver Dynamik, Selbstorganisation und emergentem Verhalten in komplexen Systemen zu vertiefen. Zugleich bietet dieser interdisziplinäre Ansatz wertvolle Impulse für die Entwicklung robuster Schwarmrobotik-Systeme, die sich an Prinzipien biologischer Selbstorganisation orientieren. So können Erkenntnisse aus dem Bereich der aktiven Materie genutzt werden, um künstliche Agenten zu konstruieren, die ohne zentrale Steuerung koordiniert handeln, sich an verändernde Umgebungen anpassen und komplexe Aufgaben kollektiv lösen. Insgesamt eröffnet die Erforschung von Robotern als aktive Materie nicht nur neue Perspektiven für die Grundlagenforschung, sondern auch konkrete Perspektiven für angewandte Technologien – von adaptiven Materialien und intelligenten Mikrosystemen bis hin zu kooperativen Robotern in realen Umgebungen. Dabei spielt die Haftreibung eine wichtige Rolle. Sie kann effektiv zur Steuerung von Abkühlvorgängen genutzt werden.

Stichwörter

Aktive Materie, Roboter, Haftreibung, Vibrobots, Mpemba-Effekt, Clusterbildung, Abkühlungsphänomene.

Danksagung

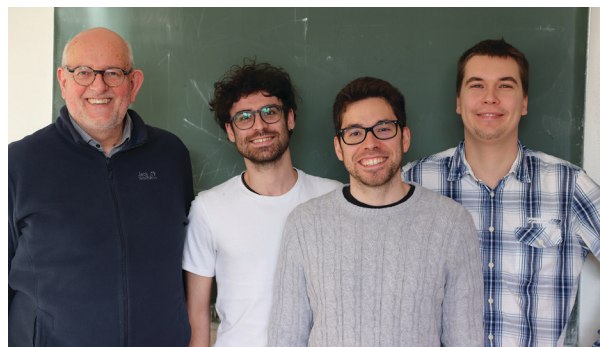
Wir danken Christian Scholz und Davide Breoni für wertvolle Diskussionen.

Open-Access-Veröffentlichung ermöglicht und organisiert durch Projekt DEAL.

Literatur

- [1] T. Vicsek et al., Phys. Rev. Lett. **1995**, 75, 1226.
- [2] A. Modin, M.Y. Ben Zion, P.M. Chaikin, Nat. Commun. **2023**, 14, 4114.
- [3] V. Narayan, S. Ramaswamy, N. Menon, Science **2007**, 317, 105.
- [4] A. Kudrolli et al., Phys. Rev. Lett. **2008**, 100, 058001.
- [5] P. Baconnier et al., Nat. Phys. **2022**, 18, 1234.
- [6] L. Caprini et al., Commun. Phys. **2024**, 7, 343.
- [7] A. P. Antonov et al., Phys. Rev. Lett. **2024**, 133, 198301.
- [8] A. P. Antonov et al., Nat. Commun. **2025**, 16, 7235.
- [9] M. Brambilla et al., Swarm Intell. **2013**, 7, 1.
- [10] S. Mandal, B. Liebchen, H. Löwen, Phys. Rev. Lett. **2019**, 123, 228001.
- [11] Z. Zhang, S. Yuan, S. Komura, New J. Phys. **2024**, 26, 093036.
- [12] A.P. Antonov, H. Löwen, Preprint: arXiv:2507.23137 (2025).
- [13] E. B. Mpemba, D. G. Osborne, Phys. Educ. **1969**, 4, 172.
- [14] D. G. Osborne, Phys. Educ. **1979**, 14, 414.
- [15] A. Kumar, J. Bechhoefer, Nature **2020**, 584, 64.

Die Autoren



V.r.n.l. (Bild: J. Wenk): **Alexander Antonov** promovierte an der Universität Osnabrück und arbeitet nun als Postdoktorand an der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf (HHU). **Lorenzo Caprini** promovierte am Gran Sasso Science Institute (L'Aquila, Italien) und arbeitet derzeit an der Universität La Sapienza in Rom als Juniorprofessor für Theoretische Physik. **Marco Musacchio** schloss sein Bachelor- und Masterstudium an der Sapienza-Universität in Rom ab und ist nun Doktorand an der HHU. **Hartmut Löwen** promovierte an der Universität Dortmund und hat den Lehrstuhl für Theoretische Physik II – Physik der Weichen Materie – an der HHU inne.

Anschriften

Dr. Alexander Antonov, Marco Musacchio, Prof. Dr. Hartmut Löwen, Institut für Theoretische Physik II: Weiche Materie, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, Universitätsstrasse 1, D-40225 Düsseldorf, Germany. alexander.antonov@hhu.de, musacchio@thphy.uni-duesseldorf.de, hartmut.loewen@uni-duesseldorf.de

Prof. Dr. Lorenzo Caprini, Physics Department, University of Rome La Sapienza, Piazzale Aldo Moro 5, IT-00185 Rome, Italy. lorenzo.caprini@uniroma1.it